



قاسم حسین قنبری  
دبیر ریاضی سمنان

# اتحاد

## درس از

### اشاره

به دلیل اهمیت نقش معلم، برنامه‌های آموزش معلمان از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. مجله رشد آموزش ریاضی در نظر دارد که این مهم را به‌عنوان یکی از وظایف اصلی خویش بداند. به‌همین منظور، ستونی در مجله با عنوان روایت‌های معلمان ریاضی باز شده است تا از طریق آن، بتوانیم رابطه نزدیک‌تری با معلمان ریاضی برقرار کنیم. این روایت‌ها برای محققان و معلمان محقق فرصت ارزنده‌ای به‌وجود می‌آورد تا به تبیین نظریه‌های آموزشی و تدریس که از دل کلاس درس و عمل معلم می‌جوشد، بپردازند. آن‌گاه نظریه‌ها به عمل درمی‌آیند و مجدداً عمل به نظریه کشانده می‌شود و این فرآیند هم‌چنان ادامه پیدا می‌کند.

از همکاران گرامی انتظار می‌رود که روایت‌های خود را برای ما بفرستند. علم زمانی ارزشمند است که در اختیار عموم قرار گیرد، زیرا که زکات علم نشر آن است. معلمان عزیز باید به اهمیت تجربه‌های خود واقف شوند و با پویایی به غنی‌تر کردن آن‌ها بپردازند.

در ضمن، گاهی هم به‌جای شنیدن روایت از زبان معلم، می‌توان کلاس وی را مورد مشاهده قرار داده و پس از تأیید همان معلم، روایت را از زبان مشاهده‌گر شنید.

رشد آموزش ریاضی

«آقا دفتر چند برگ بگیریم؟» این اولین سؤالی بود که در اولین جلسه کلاس ریاضی دانش‌آموزان اول دبیرستان که تازه از مدرسه راهنمایی آمده بودند؛ از معلم می‌پرسیدند. سؤال دوم هم معمولاً این بود که:

«آقا اتحاد خیلی سخته؟ می‌گن هیچ‌کس ازش هیچی نمی‌فهمه!؟»

به‌عبارتی می‌توان گفت که درس اتحاد و تجزیه، یکی از پیچ‌های خطرناک ریاضی سال اول دبیرستان است که البته بیشتر جنبه روانی دارد و این به دلایل مختلفی است که به خود ریاضی ارتباط زیادی ندارد. از جمله اینکه این درس در نیمه دوم آذرماه تدریس می‌شود که هوا سرد است سرما خوردگی و آنفولانزا شیوع پیدا می‌کند، دانش‌آموزان و معلم‌ها خسته شده‌اند و دانش‌آموزان در فکر امتحان و نمره هستند! لذا این درس خیلی باصبر و حوصله کار نمی‌شود و چنین نتایجی هم به‌دست می‌آید. با نظام

بعد از انجام این فعالیت، دانش‌آموزان معمولاً الگو را پیدا می‌کنند و با کمک معلم، به رابطه زیر می‌رسند:

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

در این مرحله، از دانش‌آموزان می‌خواهم که با الگوی به‌دست آمده، ضرب‌های زیر را انجام دهند.

$$(x-10)(x+10)$$

$$(3x-7)(3x+7)$$

$$(3x^2+5)(3x^2-5)$$

$$\left(\frac{2x}{3}-7\right)\left(\frac{2x}{3}+7\right)$$

$$(3a-b^2)(3a+b^2)$$

در ضمن، برای بعضی دانش‌آموزان متوسط و ضعیف، رابطه را به‌صورت زیر نیز بیان نمودم:

$$(a-b)(a+b) = (a)^2 - (b)^2$$

در ادامه، اتحاد جمله مشترک را شروع کرده و از دانش‌آموزان می‌خواهم فعالیت ۲ را انجام دهند.

**فعالیت ۲:** ضرب‌های زیر را انجام دهید و الگو را مشخص کنید.

$$(x+3)(x+2)$$

$$(x+7)(x-3)$$

$$(x-5)(x-2)$$

$$(2x-7)(2x-3)$$

$$(3a+5)(3a+2)$$

آموزشی ۳-۳-۳-۳ درس اتحاد و تجزیه در دوره اول دبیرستان یا سال نهم تدریس می‌شود. در این مختصر، هدف این است که موضوع برای دانش‌آموزان و همکاران دوره اول مطرح شود، شاید تجربه چند ساله اینجانب، مفید واقع شود. البته در کتاب ریاضی سال نهم، درس اتحاد در ابتدای نیمه دوم تدریس می‌شود و از نظر زمانی، موقع مناسب‌تری نسبت به کتاب سال اول دبیرستان دارد.

در سال‌های ابتدای کار معلمی، من برای تدریس همراه کتاب پیش می‌رفتم. ابتدای جلسه بالای تخته درشت می‌نوشتیم «اتحاد». بعد اتحاد مربع دو جمله‌ای و چند مثال، سپس اتحاد مزدوج و جمله مشترک و در آخر جلسه، چهره‌های عبوس و سردرگم بچه‌ها و این سؤال که «اتحاد به چه دردی می‌خورد؟ چند نمره دارد که نخونیمش؟» این بازخوردها باعث شد که به تدریج، شیوه‌ای را در پیش گرفتم که این مشکلات را کمتر کند و کمی از ترس بچه‌ها بکاهد. در این روش، صحبتی از اتحاد به‌میان نمی‌آید. به این شکل که در ادامه درس ضرب چند جمله‌ای‌ها، به شکل پنهان درس اتحاد و تجزیه را شروع نموده و به جای اتحاد مربع، از اتحاد مزدوج کار را آغاز می‌کنم که تجربه‌ام نشان داده ساده‌تر است. به این منظور از دانش‌آموزان می‌خواهم که فعالیت ۱ را انجام دهند. البته کتاب ریاضی نهم هم درس را با اتحاد مربع دو جمله‌ای شروع کرده است.

**فعالیت ۱:** ضرب‌های زیر را انجام دهید. چه الگویی مشاهده می‌کنید؟

تصویر ۱

۱- با استفاده از اتحاد یک جمله‌ای مشترک حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

$$(x+1)(x+2) =$$

$$(2x-1)(2x+4) =$$

$$(ax+5)(ax+b) =$$

$$(x-a)(x-b) =$$

۲- با استفاده از اتحاد یک جمله‌ای مشترک چندجمله‌ای‌های زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 4x + 3 \quad , \quad x^2 + x - 2 \quad , \quad x^2 - 6x + 8$$

$$(x-2)(x+2)$$

$$(x-3)(x+3)$$

$$(x^2+5)(x^2-5)$$

$$(2x-7)(2x+7)$$

$$(3a-2)(3a+2)$$

معمولاً بیشتر دانش‌آموزان، الگو را پیدا کرده و آن را به زبان فارسی بیان می‌کنند که باز هم با کمک معلم به شکل زیر در می‌آید:

$$(x+a)(x+b)=(x)^2+(a+b)(x)+(a)(b)$$

وقتی بحث به اینجا رسید، زمان مناسب فرا رسیده بود که بگویم این روابط، همان اتحادها هستند. با این روش، بیشتر دانش‌آموزان که از اتحاد می‌ترسیدند، گفتند: «اتحاد که می‌گفتند همین بود!»

در این مرحله، از دانش‌آموزان خواستم که «تمرین در کلاس» مربوط به اتحادها یعنی تمرین در کلاس صفحه ۹۲ (تصویر ۱) کتاب درسی را حل کنند که با این کار، اتفاق جالبی افتاد. بسیاری از دانش‌آموزان علاوه بر تمرین ۱، تمرین ۲ را که تجزیه چند جمله‌ای‌ها بود، حل کردند، بدون اینکه قبلاً بحث تجزیه را مطرح کرده باشم. این اتفاق باعث شد که زمینه برای شروع مبحث تجزیه، فراهم شود.

البته در این زمان، مثال‌های ساده‌تری توصیه کردم. جلسه اول در اینجا به پایان رسید و من هم به هدف خود که از بین بردن ترس دانش‌آموزان از اتحادها بود، رسیدم.

در جلسه‌های بعد، اتحاد مربع دو جمله‌ای را به صورت حالت خاصی از اتحاد جمله مشترک ارائه کردم. در تجزیه هم، نیازی به استفاده از این اتحاد نداشتم، چرا که اتحاد جمله مشترک، کار آن را انجام داد! مثلاً عبارت  $x^2+5x+6$  به صورت  $(x+3)(x+2)$  تجزیه می‌شود.

یکی از اهداف این روش، کم کردن تعداد فرمول‌ها است و دیگر اینکه روابط برای دانش‌آموزان، با معنی می‌شود به این منظور، اتحاد مکعب سه جمله‌ای را به صورت زیر ارائه کردم که همان بسط دو جمله‌ای خیام - نیوتن است.

$$(a+b)^3=(a)^3+(b)^3+3(a)^2(b)+3(a)(b)^2+(a)(b)^3$$

البته به دانش‌آموزان سفارش کردم که برای حل مسئله، ابتدا رابطه را به صورت زیر طراحی کنند، سپس مقادیر  $a$  و  $b$  را در آن جایگذاری کنند.

$$(2x+3)^3=(2x)^3+(3)^3+3(2x)^2(3)+3(2x)(3)^2+(3)^3$$

به عنوان مثال، برای محاسبه  $(2x+3)^3$  به شکل زیر، عمل نمودم:

$$\begin{aligned} (2x+3)^3 &= (2x)^3+(3)^3+3(2x)^2(3)+3(2x)(3)^2+(3)^3 \\ &= 8x^3+27+36x^2+54x+27 \\ &= 8x^3+36x^2+54x+27 \end{aligned}$$

تمرین: حاصل عبارت‌های زیر را به کمک اتحادها، حساب کنید.

$$\begin{aligned} (x+2)^3 &= \\ (x+1)^3 &= \\ (x-3)^3 &= (x+(-3))^3 \\ (3x+2)^3 &= \end{aligned}$$

یکی از مزایای این نوع ارائه این است که شرایط برای شکل کلی  $(a+b)^n$  آماده می‌شود.

در چند سال اخیری که با این روش کار می‌کنم، حتی دانش‌آموزان ضعیف هم به سؤال اتحاد مربع سه جمله‌ای پاسخ درست می‌دهند، در صورتی که شاید به سایر سؤال‌ها پاسخ نداده باشند. البته این روش، شاید برای مدارس خاص مناسب نباشد. چرا که معمولاً دانش‌آموزان این مدارس، در تابستان درس‌ها را می‌گذرانند و چنین برنامه‌ای برای آن‌ها جذابیت ندارد. به‌طور کلی، یکی از معایب کلاس‌های تابستانی این است که جذابیت درس را از بین می‌برد و استفاده از روش فعال برای دانش‌آموزان، موضوعیت خود را از دست می‌دهد.